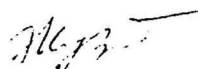


0- 777787

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ

На правах рукописи



Кузнецов Эдуард Дмитриевич

**ОРБИТАЛЬНАЯ ЭВОЛЮЦИЯ ДВУПЛАНЕТНЫХ
СИСТЕМ НА КОСМОГОНИЧЕСКИХ ИНТЕРВАЛАХ
ВРЕМЕНИ**

Специальность 01.03.01 — астрометрия и небесная механика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Санкт-Петербург — 2009

Работа выполнена в Уральском государственном университете.

Научный консультант:

доктор физико-математических наук, профессор
Холшевников Константин Владиславович.

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук, профессор
Антонов Вадим Анатольевич,
Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН.

доктор физико-математических наук, профессор
Полещиков Сергей Михайлович,
Сыктывкарский лесной институт С.-Петербургской лесотехнической академии.

доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник
Чернетенко Юлия Андреевна,
Институт прикладной астрономии РАН.

Ведущая организация:
Институт астрономии РАН.

Защита состоится «29» сентября 2009 г. в 15 часов 30 минут на заседании совета Д 212.232.15 по защите докторских и кандидатских диссертаций при Санкт-Петербургском государственном университете по адресу: 198504, Санкт-Петербург, Старый Петергоф, Университетский проспект, д. 28, ауд. 2143 (Математико-механический факультет).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке

Автореферат разослан «26» мая 2009.

НАУЧНАЯ БИБЛИОТЕКА КГУ



0000547914

Ученый секретарь диссертационного совета

Орлов В.В.

1 Общая характеристика работы

Исследование орбитальной эволюции Солнечной и других планетных систем является одной из фундаментальных задач небесной механики.

Развитие наблюдательной и вычислительной техники привело к заметному прогрессу в изучении движения основных тел Солнечной системы (Солнца и больших планет) в двух взаимосвязанных направлениях. Первое — представление движения с наибольшей возможной точностью на коротком интервале времени (порядка $10 - 10^3$ лет). Второе — качественное описание основных свойств движения на космогонических временах (порядка $10^4 - 10^{10}$ лет).

Согласно исследованиям Ласкара (Laskar, 1994, 2008), Ито и Таникавы (Ito, Tanikawa, 2002), Батыгина и Лафлина (Batygin, Laughlin, 2008) движение планет-гигантов на космогонических временах почти-периодично. Но вопрос об эволюции произвольных планетных систем типа Солнечной остается открытым.

Устойчивость Солнечной системы — ее жизненно важное для нас свойство. Только устойчивые планетные системы могут служить прибежищами жизни и космической цивилизации.

За редчайшими исключениями устойчивость системы N тел на космогонических временах обеспечивается двумя факторами: иерархией масс и иерархией расстояний. Иерархия расстояний типична для систем кратных звезд, но встречается и в Солнечной системе.

Пример 1: кратная система α Близнецов (Кастор). Система состоит из трех тесных двойных систем: Кастор А (массы компонент 2.98 и 0.24 M_{\odot} , расстояние 0.127 а. е.), Кастор В (2.76 и 0.47 M_{\odot} , 0.059 а. е.) и Кастор С (0.59 и 0.58 M_{\odot} , 0.018 а. е.) (Tokovinin, 1997). Расстояние между барицентрами пар А и В составляет 104 а. е. Пара С удалена от центра масс А и В на 1145 а. е.

Пример 2: система Солнце — Земля — Луна. Отношение больших полуосей гелиоцентрической орбиты барицентра системы Земля — Луна и геоцентрической орбиты Луны равно примерно 390. Масса системы Земля — Луна составляет $1/328900$ массы Солнца, а масса Луны — $1/81.3$ массы Земли.

В планетных системах основную роль играет иерархия масс. Так, масса Юпитера на три порядка меньше массы Солнца. Удаленность планетных орбит друг от друга также вносит некоторый вклад в устойчивость, но он не столь существен. Отношение больших полуосей орбит Сатурна и Юпитера равно примерно 2, а для Земли и Венеры (имеющими существенно меньшие массы) оно составляет всего 1.4.

Иерархия масс наблюдается и в известных внесолнечных планетных системах. В системе звезды 55 Сnc обнаружено пять планет (Schneider, 2009). Масса наиболее массивной планеты 55 Сnc d составляет 0.0036 массы звезды

55 Спс. Отношения масс планет на соседних орбитах равны 24, 4.9, 1.2, 27, а соответствующие им отношения больших полуосей орбит — 3.0, 2.1, 3.3, 7.4.

В системе ν And известно три планеты (Schneider, 2009). Наиболее массивная ν And d — 0.003 массы ν And. Отношение масс соседних планет — 2.9 и 2.0, а отношения больших полуосей их орбит — 14 и 3 соответственно.

Аналогичные примеры можно привести и для других внесолнечных планетных систем.

Малость масс планет по сравнению с массой центральной звезды играет важную роль в устойчивости планетных систем. Соотношения между большими полуосями планетных орбит могут дополнительно влиять на устойчивость в случае их близости к резонансным.

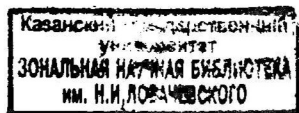
Актуальность темы определяется тем, насколько хорошо двухпланетная модель приближает реальные многопланетные системы. В Солнечной системе масса Юпитера на три порядка меньше солнечной. Масса Сатурна еще в три раза меньше. Масса Урана, который вдвое дальше Сатурна от Солнца, составляет 15% от массы Сатурна, а Нептуна, еще в полтора раза более далекого, — 18%. Массы планет земной группы существенно меньше. Так что двухпланетное приближение Солнце — Юпитер — Сатурн вполне приемлемо для выяснения качественной картины орбитальной эволюции Солнечной системы.

Вероятно, подобная картина наблюдается в большинстве внесолнечных планетных систем. Действительно, из 290 открытых к марту 2009 г. планетных систем лишь у 37 известно более одной планеты, из них у 12 обнаружено более двух планет (Marcy et al., 2009; Schneider, 2009). Безусловно, это — эффект селекции. Скорее всего, массы остальных планет малы, так что в большинстве случаев допустимо двухпланетное приближение.

Цели работы. Основные цели настоящей работы — разработка новых численно-аналитических методов исследования орбитальной эволюции слабо-возмущенных двухпланетных систем на космогонических интервалах времени, получение качественных свойств и количественных характеристик параметров, описывающих орбитальную эволюцию Солнечной системы и некоторых внесолнечных планетных систем.

Научная новизна работы. Настоящая диссертация посвящена разработке *новых* численно-аналитических методов решения планетной задачи трех тел и получению на этой основе *новых* результатов, качественных свойств и количественных характеристик орбитальной эволюции двухпланетных систем.

Новыми являются.



1. Метод представления гамильтониана задачи в виде ряда Пуассона по всем элементам и его реализация с помощью пуассоновского процессора PSP, описанного в работе (Иванова, 1997).
2. Алгоритм вычисления производящей функции осредняющего по быстрым переменным преобразования Хори-Депри и гамильтониана в средних элементах: для системы Солнце – Юпитер – Сатурн с точностью до μ^3 , для произвольной системы при сохранении в символьном виде параметров, задающих масштабы и массы – до μ^2 , и его реализация с помощью эшелонированного пуассоновского процессора EPSP, описанного в работе (Ivanova, 2001).
3. Алгоритм построения функций замены переменных на основе производящей функции осредняющего по быстрым переменным преобразования Хори-Депри и его реализация с помощью эшелонированного пуассоновского процессора EPSP.
4. Вывод о несохранении x и y -компонент интеграла площадей в системе, определяемой конечным отрезком разложения в ряд Пуассона осредненного гамильтониана.
5. Метод исследования устойчивости по Лагранжу двупланетных систем на основе интегрирования осредненных уравнений движения с последующим возвратом к оскулирующим элементам.
6. Алгоритм оценки ширины резонансных зон, основанный на использовании мажоранты функции замены переменных для большой полуоси.

Научная и практическая ценность работы. В настоящей работе предложен, разработан и реализован метод представления гамильтониана задачи в виде ряда Пуассона по всем кеплеровым элементам. В отличие от обычно применяемых чрезвычайно сложных алгоритмов, виртуозно использующих различные специальные функции, предложенный нами алгоритм предельно прост. Однако этот алгоритм требует больших затрат машинной памяти и, в меньшей степени, процессорного времени, почему он и не был никем ранее предложен и реализован. Быстрый прогресс вычислительной техники делает эти недостатки терпимыми.

Выполнение осредняющего по быстрым переменным преобразования Хори-Депри для системы Солнце – Юпитер – Сатурн с точностью до μ^3 позволило получить разложения, пригодные для описания орбитальной эволюции на космогонических интервалах времени.

Разложения, в которых сохранены в символьном виде параметры, задающие масштабы и массы планетных систем, пригодны для исследования орбитальной эволюции слабозмущенных систем с малыми эксцентриситетами и наклонками.

Мажоранты функций замены переменных позволяют найти и оценить отклонения оскулирующих элементов от средних (короткопериодические возмущения), уточнить размеры резонансных зон.

При численном интегрировании уравнений движения в средних элементах шаг интегрирования существенно (приблизительно в μ^{-1} раз, где μ — малый параметр) увеличивается, поскольку независимой переменной вместо времени t фактически становится «медленное время» μt .

Применение метода исследования устойчивости по Лагранжу двухпланетных систем на основе интегрирования осредненных уравнений движения с последующим возвратом к оскулирующим элементам показало, что сближения обнаруживаются при анализе оскулирующих элементов, в средних элементах сближений нет.

Результаты, выносимые на защиту.

1. Метод представления гамильтониана задачи в виде ряда Пуассона по всем элементам и его реализация с помощью пуассоновского процессора PSP.
2. Алгоритм вычисления производящей функции осредняющего по быстрым переменным преобразования Хори–Депри, гамильтониана в средних элементах, правых частей уравнений движения в средних элементах, функций замены переменных. Реализация алгоритма с помощью эмпсонированного пуассоновского процессора EPSP.
3. Характеристики орбитальной эволюции двухпланетной системы Солнце–Юпитер–Сатурн на космогоническом интервале времени 10 млрд. лет на основе численного интегрирования уравнений движения в средних элементах. Доказательство несохранения x и y -компонент интеграла площадей в системе, определяемой конечным отрезком разложения в ряд Пуассона осредненного гамильтониана.
4. Метод исследования устойчивости по Лагранжу двухпланетных систем на основе интегрирования осредненных уравнений движения с последующим возвратом к оскулирующим элементам. Условия распада планетных систем при увеличении масс планет. Оценки сверху масс планет системы 47 UMa.

5. Алгоритм оценки ширины резонансных зон, основанный на использовании мажоранты функции замены переменных для большой полуоси. Классификация резонансных свойств шести внесолнечных двупланетных систем.

Структура и объем диссертации. Диссертация объемом 165 с. состоит из пяти глав, введения, заключения и списка литературы, содержащего 223 названия. Число рисунков – 24, таблиц – 32.

Апробация работы. Результаты по теме диссертации докладывались на объединенном семинаре кафедры астрономии и геодезии и Астрономической обсерватории УрГУ, на всероссийских и международных конференциях.

1. 29-я Всероссийская с международным участием студенческая научная конференция «Физика Космоса». Екатеринбург, 31 января – 4 февраля 2000 г.
2. Конференция «Астрометрия, геодинамика и небесная механика на пороге XXI века». Санкт-Петербург, 19–23 июня 2000 г.
3. 30-я Всероссийская с международным участием студенческая научная конференция «Физика Космоса». Екатеринбург, 29 января – 2 февраля 2001 г.
4. Всероссийская астрономическая конференция. Санкт-Петербург, 6–12 августа 2001 г.
5. 31-я Всероссийская с международным участием студенческая научная конференция «Физика Космоса». Екатеринбург, 28 января – 1 февраля 2002 г.
6. Международная конференция «Небесная механика — 2002: результаты и перспективы» («Celestial Mechanics — 2002: Results and Prospects»). Санкт-Петербург, 10–14 сентября 2002 г.
7. 32-я Всероссийская с международным участием студенческая научная конференция «Физика Космоса». Екатеринбург, 3–7 февраля 2003 г.
8. Международная конференция «Порядок и хаос в звездных и планетных системах» («Order and chaos in stellar and planetary systems»). Санкт-Петербург, 17–24 августа 2003 г.
9. Международная конференция «Journées – 2003. Астрометрия, геодинамика и динамика Солнечной системы: от миллисекунд дуги к микросекундам дуги» («Journées – 2003. Astrometry, Geodynamics and Solar

- System Dynamics: from milliarcseconds to microarcseconds»). Санкт-Петербург, 22-25 сентября 2003 г.
10. 33-я Всероссийская с международным участием студенческая научная конференция «Физика Космоса». Екатеринбург, 2-6 февраля 2004 г.
 11. Всероссийская астрономическая конференция ВАК-2004 «Горизонты Вселенной». Москва, 3-10 июня 2004 г.
 12. Коллоквиум МАС №197 «Динамика населения планетных систем» («Dynamics of Populations of Planetary Systems»). Белград, Сербия и Черногория, 31 августа – 4 сентября 2004 г.
 13. Международный симпозиум «Астрономия - 2005: состояние и перспективы развития». Москва, 30 мая – 6 июня 2005 г.
 14. Международный семинар «Задача нескольких тел: теория и компьютерное моделирование» («Few-body problem: theory and computer simulations»). Турку, Финляндия, 4-9 июля 2005 г.
 15. Четвертая конференция по небесной механике «CELMEC IV». Сан-Мартино-аль-Чимино, Витербо, Италия, 11-16 сентября 2005 г.
 16. 36-я Всероссийская с международным участием студенческая научная конференция «Физика Космоса». Екатеринбург, 29 января – 2 февраля 2007 г.
 17. Международная конференция «Аналитические методы небесной механики» («Analytical methods of celestial mechanics»). Санкт-Петербург, 8-12 июля 2007 г.
 18. Международная научная конференция «Астрономия и астрофизика начала XXI века». Москва, 1-5 июля 2008 г.
 19. Международная конференция «Приложения компьютерной алгебры - 2008» («Applications of Computer Algebra (ACA) 2008». Session «Computer Algebra for Dynamical Systems and Celestial Mechanics»). Хаттенберг, Линц, Австрия, 27-30 июля 2008 г.
 20. 38-я Всероссийская с международным участием студенческая научная конференция «Физика Космоса». Екатеринбург, 2-6 февраля 2009 г.

Основные идеи и результаты настоящей диссертации опубликованы в работах

- 1.1. Кузнецов Э.Д., Холшевников К.В. Эффект селекции в больших полуосях орбит внесолнечных планет // Астрон. вестн. 2002. Т. 36, № 6. С. 504–515.
- 1.2. Кузнецов Э.Д., Холшевников К.В. Разложение гамильтониана двухпланетной задачи в ряд Пуассона по всем элементам: применение пуассоновского процессора // Астрон. вестн. 2004. Т. 38, №2. С. 171–179.
- 1.3. Кузнецов Э.Д., Холшевников К.В. Динамическая эволюция слабозмущенной двухпланетной системы на космогоническом интервале времени: система Солнце – Юпитер – Сатурн // Астрон. вестн. 2006. Т. 40, №3. С. 263–275.
- 1.4. Кузнецов Э.Д., Холшевников К.В. Орбитальная эволюция двухпланетной системы Солнце – Юпитер – Сатурн // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 2009. Вып. 1. С. 139–149.
- 1.5. Кузнецов Э.Д., Холшевников К.В. Запас устойчивости двухпланетных систем по массам планет // Астрон. вестн. 2009. Т. 43, №3. С. 230–239.
- 1.6. Холшевников К.В., Греб А.В., Кузнецов Э.Д. Разложение гамильтониана в ряд Пуассона по всем элементам (теория) // Астрон. вестн. 2001. Т. 35, №3. С. 267–272.
- 1.7. Холшевников К.В., Греб А.В., Кузнецов Э.Д. Разложение гамильтониана двухпланетной задачи в ряд Пуассона по всем элементам: оценка и прямое вычисление коэффициентов // Астрон. вестн. 2002. Т. 36, №1. С. 75–87.
- 1.8. Холшевников К.В., Кузнецов Э.Д. Обзор работ по орбитальной эволюции больших планет Солнечной системы // Астрон. вестн. 2007. Т. 41, №4. С. 291–329.

Кроме того, результаты изложены в

- 2.1. Греб А.В., Кузнецов Э.Д. Новый метод разложения возмущающей функции в планетной задаче // Астрометрия, геодинамика и небесная механика на пороге XXI века. СПб.: ИПА РАН, 2000. С. 268–269.
- 2.2. Кузнецов Э.Д., Холшевников К.В. Орбитальная эволюция Солнечной системы // Физика Космоса: Тр. 36-й Международ. студ. науч. конф., Екатеринбург, 29 янв. – 2 февр. 2007 г. Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2007. С.142–179.
- 2.3. Кузнецов Э.Д., Холшевников К.В. Запас устойчивости Солнечной системы по массам планет // Физика Космоса: Тр. 38-й Международ. студ.

науч. конф., Екатеринбург, 2–6 февр. 2009 г. Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2009. С.78–88.

- 2.4. Kholshchevnikov K.V., Kuznetsov E.D. Evolution of a two-planetary regular system on a cosmogonic time scale // Journées-2003. Astrometry, Geodynamics and Solar System Dynamics: from milliarcseconds to microarcseconds / Eds. Finkelstein A., Capitaine N. SPb.: IAA RAS, 2004. P. 286–287.
- 2.5. Kholshchevnikov K.V., Kuznetsov E.D. Behaviour of a weakly perturbed two-planetary system on a cosmogonic time-scale // Order and chaos in stellar and planetary systems. ASP Conference Series. V. 316 / Eds. Byrd G.G., Kholshchevnikov K.V., Mylläri A.A., Nikiforov I.I., Orlov V.V. San Francisco: ASP, 2004. P. 99–105.
- 2.6. Kholshchevnikov K.V., Kuznetsov E.D. Behaviour of a two-planetary system on a cosmogonic time-scale // Proceedings of the IAU Coll. №197. Dynamics of Populations of Planetary Systems / Eds. Knežević Z., Milani A. Cambridge: Cambridge University Press, 2005. P. 107–112.
- 2.7. Kholshchevnikov K.V., Kuznetsov E.D. Behaviour of a weakly perturbed Two-Planetary System on very long time-scales // Few-body problem: theory and computer simulations. A workshop held in Turku, 4–9 July 2005 / Ed. C.Flynn. Annales Universitatis Turkuensis. Ser. A. V. 358. Turku. 2006. P. 60–63.
- 2.8. Kholshchevnikov K.V., Kuznetsov E.D. Orbital evolution of the Solar System // Analytical methods of celestial mechanics. Short abstracts of the international meeting held on July 8–12, 2007. St. Petersburg, 2007. P. 42–45.
- 2.9. Kuznetsov E.D., Kholshchevnikov K.V., Greb A.V. Expansion of the Hamiltonian of the planetary three-body problem into Poisson series in all elements using Poisson series processor PSP // Труды ИПА РАН. Вып. 8. Небесная механика. СПб.: ИПА РАН, 2002. С. 117–118.

Опубликованы резюме 15 докладов.

В статье [1.6] постановка задачи принадлежит К.В.Холшевникову, разработка нового метода разложения возмущающей функции планетной задачи осуществлялась совместно всеми соавторами работ.

В статье [2.1] разработка нового метода разложения возмущающей функции планетной задачи осуществлялась совместно обоими соавторами работы.

В статье [1.7] К.В.Холшевникову принадлежит постановка задачи. Автор и А.В.Греб разрабатывали и осуществляли отладку программ для вычисления

коэффициентов разложения. А.В.Греб выполнил вычисление коэффициентов разложения.

В статье [1.1] постановка задачи принадлежит К.В.Холшевникову, теоретические исследования осуществлялись совместно обоими соавторами работы.

В работах [1.2, 2.9] постановка задачи выполнялась совместно К.В.Холшевниковым и автором. Автором осуществлена программная реализация разложения гамильтониана двухпланетной задачи с помощью пуассоновского процессора PSP и выполнено построение рядов. Анализ и интерпретация полученных результатов выполнялись соавторами совместно. А.В.Греб совместно с автором выполняли сравнение рядов, полученных с помощью пуассоновского процессора, и рядов, коэффициенты которых вычислялись прямым методом на основе численного оценивания интегралов методом Монте-Карло.

В работах [1.3, 1.4, 1.5, 2.3, 2.4, 2.5, 2.6, 2.7] постановка задачи выполнялась совместно К.В.Холшевниковым и автором. Автором осуществлена программная реализация построения приближений методом Хори-Депри. С помощью эшелонированного пуассоновского процессора EPSP автором построены ряды, представляющие осредненный гамильтониан, производящую функцию преобразования, правые части уравнений движения в средних элементах, функции замены переменных. Автором составлены и отлажены программы численного интегрирования уравнений движения в средних элементах. Автором выполнено моделирование орбитальной эволюции двухпланетных систем на интервале времени 10 млрд. лет. Анализ и интерпретация полученных результатов выполнялись совместно К.В.Холшевниковым и автором.

Идея подготовки статей [1.8, 2.2, 2.8] принадлежит К.В.Холшевникову. К.В.Холшевниковым подготовлено описание начального этапа развития теорий движения планет, теории Лагранжа-Лапласа, развития метода осреднения. Автором выполнено описание современных численных, аналитических и численно-аналитических теорий движения больших планет, а также проявлений хаоса в Солнечной системе.

2 Содержание работы

Введение содержит постановку задачи и ее обоснование (*актуальность, новизна, научное и практическое значение*), краткое изложение содержания, выносимые на защиту результаты, а также перечень основных публикаций и конференций, симпозиумов, семинаров, где докладывались результаты диссертации.

Первая глава «Орбитальная эволюция больших планет Солнечной системы» содержит исторический обзор и обзор литературы по теме диссертации. В историческом развитии рассматривается эволюция методов описания орбитальной эволюции Солнечной системы: от математических моделей, основанных на описании движения почти-периодическими функциями, до методов, базирующихся на теории гравитации. Дается описание метода малого параметра, теории Лагранжа-Лапласа. Прослеживается эволюция метода осреднения от работ Лагранжа, Лапласа, Гаусса до исследований Н.М.Крылова и Н.Н.Боголюбова, Г.Хори и А.Депри, А.Н.Колмогорова, В.И.Арнольда и Ю.Мозера.

Дается обзор развития теорий движения планет Солнечной системы. Анализируются методы построения, модели возмущающих сил, интервалы применимости, точности прогнозирования координат планет и элементов их орбит.

Рассмотрены численные теории серий DE/LE ((Standish, 2006; Folkner et al., 2008) и др.), EPM ((Питьева, 2007; Pitjeva, 2009) и др.), INPOP (Fienga et al., 2008) для вычисления высокоточных эфемерид на интервалах времени $10 - 10^3$ лет.

Дано описание численных теорий ((Applegate et al., 1986), (Nobili et al., 1989), (Quinn et al., 1991), (Ito, Tanikawa, 2002) и др.), описывающих эволюцию больших планет Солнечной системы на длительных интервалах времени ($10^4 - 10^{10}$ лет), и основных результатов, полученных на основе этих теорий.

Рассмотрены высокоточные аналитические теории движения планет для вычисления эфемерид: TOP82 (Simon, Francou, 1981), JASON84 (Simon, Bretagnon, 1984), теории серии VSOP (Moisson, Bretagnon, 2000), теория на основе универсального метода вычисления возмущающей функции (Герасимов и др., 2000), и др.

Дано описание численно-аналитических теорий для исследования эволюции Солнечной системы на длительных интервалах времени. Проанализированы теории, построенные с помощью метода Гаусса (Вапковьяк, 1979, 1981a,b), (Давыдов, Молчанов, 1971), метода Альфана-Горячева (Сухотин, 1981, 1984; Сухотин, Холшевников, 1986). Выполнен обзор работ Ласкара ((Laskar, 1994), (Laskar, 2008) и др.) по изучению орбитальной эволюции, устойчивости и хаотических свойств Солнечной системы. Проведено сравнение результатов Ласкара с данными численного интегрирования (Batygin, Laughlin, 2008) движения планет Солнечной системы на интервале времени 20 млрд. лет.

Аналитические теории движения (построенные методом осреднения) показывают, что движение планет устойчиво и почти-периодично. Численные

и численно-аналитические теории указывают на то, что движение планет хаотично. Хаотизация движения связана с наличием резонансов, как средних движений, так и вековых (Varadi et al., 1999; Murray, Holman, 1999; Guzzo, 2005, 2006). В работах (Hayes, 2007, 2008; Hayes, Danforth, 2008) показано, что различным начальным данным (полученным по численной эфемериде DE405 на различные эпохи) могут соответствовать как хаотические, так и регулярные решения. Выявлена очень сильная зависимость оценок времени Ляпунова от начальных данных. Показано, что возмущения от внутренних планет превышают «расстояния» между начальными данными, соответствующими хаотическим и регулярным движениям и расположенным в области неопределенности, определяемой точностью наблюдений. Вопрос о том, какой области начальных условий, регулярной или хаотической, принадлежат начальные данные, описывающие фактическую Солнечную систему, остается открытым.

Рассмотрены методы исследования долгопериодической эволюции двупланетных систем. В работах (Robutel, 1993a,b, 1995) методами КАМ-теории показана устойчивость системы Солнце — Юпитер — Сатурн при массах планет, довольно далеких от реальности. В работе (Locatelli, Giorgilli, 2000) численно-аналитическим методом построено компьютерное доказательство того, что гамильтониан приближенной вековой модели для системы Солнце — Юпитер — Сатурн порождает два инвариантных тора, окружающих орбиты с начальными данными Юпитера и Сатурна. Следовательно, в рамках двупланетной задачи Солнце — Юпитер — Сатурн орбиты Юпитера и Сатурна устойчивы на бесконечном интервале времени.

Выполнен обзор основных результатов по исследованию орбитальной эволюции двупланетных, в том числе внесолнечных, систем, полученных в работах (Gladman, 1993; Masaki, Kinoshita, 2002; Marchal, 2005; Henrard, Libert, 2005; Libert, Henrard, 2005, 2007; Michtchenko et al., 2006).

Сделан вывод, что остается актуальным изучение планетного варианта задачи трех тел как с целью определения общих свойств решений, так и с целью исследования орбитальной эволюции конкретных двупланетных систем. При исследовании двупланетных систем важно определить условия, при которых полученное решение адекватно описывает основные качественные и количественные характеристики динамической эволюции реальной многопланетной системы. Иерархия масс и, реже, иерархия расстояний в планетных системах в большинстве случаев обеспечивают выполнение этих условий.

Вторая глава «Разложение гамильтониана двупланетной задачи в ряд Пуассона по всем элементам» посвящена обоснованию, разработке и реализации метода разложения гамильтониана двупланетной задачи в ряд Пуассо-

на по всем кеплеровым элементам с использованием пуассоновского процессора PSP.

В разделе 2.1 для изучения эволюции орбит выбрана система координат Якоби. Массы материальных точек $m_0, \mu m_i m_0, i = 1, \dots, N$. Все связанные с массами величины (кроме m_0) выбраны безразмерными; m_i порядка единицы или меньше, параметр μ малый. Для Солнечной системы μ положен равным 10^{-3} .

Выражение гамильтониана N -планетной задачи приведено в разделе 2.2.

В разделе 2.3 предложены две системы оскулирующих элементов, близких к кеплеровым. В первой все позиционные элементы малы и безразмерны, а угловые являются долготами:

$$\begin{aligned} x_{3s-2}^{(1)} &= \tilde{a}_s, & x_{3s-1}^{(1)} &= e_s, & x_{3s}^{(1)} &= \tilde{I}_s, \\ y_{3s-2}^{(1)} &= \alpha_s, & y_{3s-1}^{(1)} &= \beta_s, & y_{3s}^{(1)} &= \gamma_s. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь $\tilde{a} = (a - a^0)/a^0$, $\tilde{I} = \sin(I/2)$, $\alpha = l + g + \Omega$, $\beta = g + \Omega$, $\gamma = \Omega$ выражаются через кеплеровы элементы $a, a^0, e, I, l, g, \Omega$: большую полуось и ее некоторое среднее значение, эксцентриситет, наклон, среднюю аномалию, аргумент перицентра, долготу восходящего узла. Индекс s принимает значения от 1 до числа планет N .

Вторая система отличается от первой переходом от больших полуосей к комбинациям частот

$$\omega_s = \kappa_s a_s^{-3/2}, \quad \omega_s^0 = \kappa_s (a_s^0)^{-3/2}. \quad (2)$$

$$\begin{aligned} x_{3s-2}^{(2)} &= z_s, & x_{3s-1}^{(2)} &= e_s, & x_{3s}^{(2)} &= \tilde{I}_s, \\ y_{3s-2}^{(2)} &= \alpha_s, & y_{3s-1}^{(2)} &= \beta_s, & y_{3s}^{(2)} &= \gamma_s. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь

$$\text{для первой планеты: } z_1 = \frac{\omega_1^0}{\omega_1} - 1,$$

$$\text{для } s\text{-ой планеты при } s \geq 2: \quad z_s = \frac{\omega_1^0 \omega_s}{\omega_s^0 \omega_1} - 1.$$

Раздел 2.4 посвящен получению явного выражения гамильтониана N -планетной задачи в виде ряда Пуассона и описанию свойств коэффициентов разложения гамильтониана в ряд Пуассона по всем элементам.

В разделе 2.5 указаны упрощения в важном частном случае двухпланетной задачи при $N = 2$.

Приведенные массы и гравитационные параметры:

$$\begin{aligned} M_1 &= \frac{m_1}{1 + \mu m_1}, \quad M_2 = \frac{m_2(1 + \mu m_1)}{1 + \mu m_1 + \mu m_2}, \\ \kappa_1^2 &= Gm_0(1 + \mu m_1), \quad \kappa_2^2 = Gm_0 \frac{1 + \mu m_1 + \mu m_2}{1 + \mu m_1}. \end{aligned} \quad (4)$$

Невозмущенный гамильтониан:

$$-h_0 = \frac{M_1 \kappa_1^2}{2a_1} + \frac{M_2 \kappa_2^2}{2a_2} = \frac{M_1 \kappa_1^2}{2a_1^0(1 + \tilde{a}_1)} + \frac{M_2 \kappa_2^2}{2a_2^0(1 + \tilde{a}_2)}. \quad (5)$$

Пертурбационная функция:

$$\begin{aligned} h_2 &= \frac{m_2 a_0}{\mu} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{\left| \mathbf{r}_2 + \frac{\mu m_1}{\bar{m}_1} \mathbf{r}_1 \right|} \right) - \frac{m_1 m_2 a_0}{\left| \mathbf{r}_2 - \frac{1}{\bar{m}_1} \mathbf{r}_1 \right|} = \\ &= \frac{m_2 a_0 \left[2 \frac{m_1}{\bar{m}_1} \mathbf{r}_1 \mathbf{r}_2 + \mu \left(\frac{m_1}{\bar{m}_1} \right)^2 r_1^2 \right]}{r_2 \tilde{R}_2 (r_2 + \tilde{R}_2)} - \frac{m_1 m_2 a_0}{\left| \mathbf{r}_2 - \frac{1}{\bar{m}_1} \mathbf{r}_1 \right|}, \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$\tilde{R}_2^2 = r_2^2 + 2\mu \frac{m_1}{\bar{m}_1} \mathbf{r}_1 \mathbf{r}_2 + \left(\mu \frac{m_1}{\bar{m}_1} \right)^2 r_1^2,$$

a_0 — масштабный фактор, $\bar{m}_i = 1 + \mu m_1 + \dots + \mu m_i$.

Гамильтониан двумерной задачи выражается через элементы первой системы (1) следующим образом:

$$\begin{aligned} h_0 &= -\frac{Gm_0}{2} \left[\frac{m_1}{a_1^0(1 + \tilde{a}_1)} + \frac{m_2}{a_2^0(1 + \tilde{a}_2)} \right], \\ h_2 &= \frac{a_0}{a_2^0} (1 + \tilde{a}_2)^{-1} (h_5 + h_6), \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} h_5 &= \frac{a_2}{a_0} h_3 = m_2 \left[2(1 + \tilde{a}_1)(1 + \tilde{a}_2)^{-1} \frac{m_1}{1 + \mu m_1} \frac{a_1^0}{a_2^0} \frac{\mathbf{r}_1 \mathbf{r}_2}{a_1 a_2} + \right. \\ &+ \mu (1 + \tilde{a}_1)^2 (1 + \tilde{a}_2)^{-2} \left(\frac{m_1}{1 + \mu m_1} \right)^2 \left(\frac{a_1^0}{a_2^0} \right)^2 \left(\frac{r_1}{a_1} \right)^2 \left. \right] \times \\ &\times \left[\frac{r_2}{a_2} \frac{\rho}{a_2} \left(\frac{r_2}{a_2} + \frac{\rho}{a_2} \right) \right]^{-1}, \end{aligned} \quad (8)$$

$$h_6 = \frac{a_2}{a_0} h_4 = -m_1 m_2 \left(\frac{\Delta}{a_2} \right)^{-1}, \quad (9)$$

причем

$$\begin{aligned}\frac{\rho}{a_2} &= \left| \frac{\mathbf{r}_2}{a_2} + (1 + \tilde{a}_1)(1 + \tilde{a}_2)^{-1} \frac{\mu m_1}{1 + \mu m_1} \frac{a_1^0}{a_2^0} \frac{\mathbf{r}_1}{a_1} \right|, \\ \frac{\Delta}{a_2} &= \left| \frac{\mathbf{r}_2}{a_2} - (1 + \tilde{a}_1)(1 + \tilde{a}_2)^{-1} \frac{1}{1 + \mu m_1} \frac{a_1^0}{a_2^0} \frac{\mathbf{r}_1}{a_1} \right|.\end{aligned}\quad (10)$$

В разделе 2.6 выполнено построение алгоритма разложения гамильтониана двухпланетной задачи Солнце – Юпитер – Сатурн в ряд Пуассона по всем элементам с помощью пуассоновского процессора PSP. Общий вид разложения гамильтониана h_2 :

$$h_2 = \sum A_{kn} x^k \cos ny, \quad (11)$$

где позиционные $x = \{x_1, \dots, x_6\}$ и угловые элементы $y = \{y_1, \dots, y_6\}$ соответствуют одной из двух систем: (1) или (3). Суммирование осуществляется по всем неотрицательным k_s и целым n_s ($s = 1, \dots, 6$). Соотношения для индексов:

$$\begin{aligned}n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 + n_6 &= 0, \\ n_3 + n_6 &= \text{четное}, \\ k_s &= |n_s| + \text{четное неотрицательное } (s = 2, 3, 5, 6), \\ k_2 + k_3 + k_5 + k_6 &= |n_1 + n_4| + \text{четное неотрицательное}.\end{aligned}\quad (12)$$

Раздел 2.6.1 посвящен оцениванию границ изменения индексов k_s , n_s , $s = 1, \dots, 6$. Оценивается степень d относительно наклонов и эксцентриситетов, на которой следует остановиться в (11), чтобы получить гамильтониан в осредненных элементах с точностью до μ^σ . Используется то, что для Юпитера и Сатурна эксцентриситеты $e_1 \approx 0.05$, $e_2 \approx 0.05$ и синусы половинных углов наклона $\tilde{I}_1 \approx 0.01$, $\tilde{I}_2 \approx 0.02$ являются малыми одного порядка μ_1 , а также то, что радиусы сходимости для переменных типа e равны примерно 0.2. В этом случае получается следующая зависимость $d(\sigma)$:

$$d(1) = 1, \quad d(2) = 6, \quad d(3) = 11, \quad d(4) = 16, \quad \dots \quad (13)$$

Сделан вывод, что для $\sigma = 2$ в новом и старом гамильтониане нужно учитывать члены порядка $\mu\mu_1^6$, $\mu^2\mu_1$; при $\sigma = 3$ – $\mu\mu_1^{11}$, $\mu^2\mu_1^6$, $\mu^3\mu_1$, при $\sigma = 4$ – $\mu\mu_1^{16}$, $\mu^2\mu_1^{11}$, $\mu^3\mu_1^6$, $\mu^4\mu_1$.

Если при $k_1 + \dots + k_6 \leq d$ потребовать дополнительно $0 \leq n_1 \leq c$, $|n_4| \leq c$, то сумма (11) будет содержать конечное число слагаемых. Выбор $c(\sigma)$ определяется скоростью сходимости при $\mu_1 = 0$, то есть для плоских круговых орбит:

$$c(2) = 13, \quad c(3) = 25, \quad c(4) = 37. \quad (14)$$

В разделе 2.6.2 получены оценки числа слагаемых $N(d, c)$ в разложении гамильтониана двупланетной задачи (11):

$$N(6, 13) \approx 43 \cdot 10^3, \quad N(11, 25) \approx 3.5 \cdot 10^6, \quad N(16, 37) \approx 78 \cdot 10^6. \quad (15)$$

Выбор значений постоянных $a_0, m_1, m_2, a_1^0, a_2^0$, необходимых для вычисления коэффициентов A_{kn} разложения (11), выполнен в разделе 2.6.3. Масштабный фактор a_0 положен равным астрономической единице длины. Массы планет, соответствующие стандарту IERS 1992, взяты из (Moisson, 1999):

$$\begin{aligned} \mu &= 10^{-3}, \quad m_1 = (1047.3486\mu)^{-1} = 0.954791938, \\ m_2 &= (3497.90\mu)^{-1} = 0.285885817. \end{aligned} \quad (16)$$

Для уменьшения влияния малых знаменателей, которые появляются в процессе выполнения осредняющих преобразований, средние значения больших полюсей выбраны равными $a_1^0 = 5.215, a_2^0 = 9.530$ вместо $a_1^0 = 5.2026, a_2^0 = 9.5549$. Этот выбор ухудшил следующую за $5/2$ подходящую дробь: $72/29$ заменилась на $42/17$. При $n_1 = 17, n_4 = -42$ имеем $k_2 + k_3 + k_5 + k_6 \geq 42 - 17 = 25$, что по-прежнему лежит далеко за границами (13).

В разделах 2.6.4, 2.6.5 описан алгоритм построения разложения гамильтониана в ряд Пуассона по всем элементам.

Обоснование алгоритма построения разложения гамильтониана h_2 с произвольными параметрами выполнено в разделе 2.7. При сохранении параметров $a_1^0, a_2^0, a_0, m_1, m_2, \mu$ в символьном виде, для подавляющего большинства коэффициентов удастся сохранить рациональный вид, что обеспечивает высокую точность значений коэффициентов, а также позволяет использовать разложения для произвольных двупланетных систем с малыми эксцентриситетами и наклонами орбит. Чтобы сохранить параметры в символьном виде, введены дополнительные безразмерные полиномиальные переменные

$$m_1, \quad m_2, \quad \mu, \quad d_1 = \frac{a_0}{a_2^0}, \quad d_2 = \frac{1}{1 + \mu m_1} \frac{a_1^0}{a_2^0}.$$

В разделе 2.8 описаны результаты построения разложений с помощью пуассоновского процессора PSP (Иванова, 1997). Диапазон изменения индексов выбран так, чтобы получить гамильтониан в осредненных элементах с точностью до μ^2 : $k_1 + \dots + k_6 \leq d = 6, |n_s| \leq c = 15$ ($s = 1, \dots, 6$).

Разложения с числовыми параметрами для обеих систем элементов содержат по 61 086 слагаемых. Разложения с символьными параметрами содержат более 730 000 слагаемых для каждой системы элементов.

Построенные разложения подтвердили состоятельность оценок пределов суммирования и числа слагаемых ряда Пуассона при заданной точности разложения гамильтониана.

В разделе 2.9 доказано свойство, что при малых порядках слагаемых перестановка индексов $k_3 \leftrightarrow k_6$ не ведет к изменению значений коэффициентов.

Третья глава «*Построение осредненных уравнений движения слабозмущенной двупланетной задачи*» содержит описание алгоритма осредняющего по быстрым переменным преобразования Хори–Депри.

В разделе 3.1 рассмотрена неканоническая параметризация скобок Пуассона для обеих систем элементов. При выполнении операции осреднения используется метод Хори–Депри (иначе — метод преобразований Ли). Этот метод опирается на скобки Пуассона, что позволяет отказаться от канонических элементов. Для проведения выкладок достаточно выразить скобки Пуассона в нужной исследователю системе фазовых переменных.

Алгоритм выполнения преобразований Ли построен в разделе 3.2. Особенности реализации преобразований Ли с использованием эшелонированного пуассоновского процессора EPSP (Ivanova, 2001) рассмотрены в разделе 3.3. Разложения с численными значениями параметров, соответствующими системе Солнце — Юпитер — Сатурн, построены в разделе 3.3.1. Осредненный гамильтониан $H = H_0 + \mu H_1 + \mu^2 H_2 + \mu^3 H_3$, производящая функция $T = \mu T_1 + \mu^2 T_2 + \mu^3 T_3$, правые части уравнений движения в средних элементах получены с точностью до третьей степени малого параметра μ . Функции замены переменных, описывающие связь между оскулирующими и средними элементами — с точностью до μ^2 . Таким образом, для задачи Солнце — Юпитер — Сатурн построено второе улучшенное приближение по терминологии Крылова Боголюбова (Боголюбов, Митропольский, 2005).

В разделе 3.3.2 построено второе приближение для разложений с символическими параметрами.

Четвертая глава «*Орбитальная эволюция двупланетной системы Солнце — Юпитер — Сатурн на космогонических интервалах времени*» посвящена описанию метода исследования орбитальной эволюции двупланетной системы Солнце — Юпитер — Сатурн на космогоническом интервале времени 10 млрд. лет на основе численного интегрирования уравнений движения в средних элементах.

Раздел 4.1. посвящен описанию начальных условий и методов интегрирования. Начальные данные для интегрирования основывались на средних эклиптических гелиоцентрических элементах на эпоху JD2451545.0, отнесенных к эклиптике и равноденствию J2000.0 (Simon et al., 1994). Интервал интегрирования составил 10 млрд. лет. Использование осредненных уравнений движения позволило увеличить шаг интегрирования в методе Рунге–Кутты 11-го порядка (Данилов, 2008) до 10 тыс. лет. В методе Эверхарта 15-го порядка (Everhart, 1974) применялся автоматический выбор шага интегрирования.

Методы численного интегрирования осредненных уравнений движения имели сравнимую точность. Метод Эверхарта 15-го порядка показал большую эффективность на интервалах времени, меньших 1 млрд. лет, метод Рунге-Кутты 11-го порядка – на интервалах времени, превышающих 1 млрд. лет.

В разделе 4.2 исследована орбитальная эволюция двухпланетной системы Солнце – Юпитер – Сатурн на основе решений первого (с точностью до первой степени малого параметра μ), второго (с точностью до μ^2) и второго улучшенного (с точностью до μ^3 в средних элементах) приближений.

Показано, что элементы орбит Юпитера и Сатурна на рассматриваемом интервале времени 10 млрд. лет изменяются почти периодически. Эксцентриситеты и наклоны орбит Юпитера и Сатурна остаются малыми, а их значения отделены от нуля.

Разность между первым и вторым приближениями пропорциональна $\sqrt{\mu}$, а не μ , что свидетельствует о наличии слабого резонанса. Относительные разности между результатами второго и второго улучшенного приближений не превосходят μ , за исключением относительной разности амплитуды колебаний эксцентриситета Сатурна, которая на 10% превышает μ .

В первом приближении (с точностью до μ) узлы орбит Юпитера и Сатурна либрируют с амплитудами 12.9° и 32.8° соответственно. Этот результат находится в согласии с данными, полученными при аналитическом решении вековых уравнений двухпланетной задачи (Смарт, 1965). При учете второго приближения характер эволюции узлов орбит Юпитера и Сатурна относительно плоскости эклиптики изменяется. Появляется вековой ход, который становится заметным на интервалах времени, превышающих 10 млн. лет. Скорость векового изменения средних за период значений долгот восходящих узлов орбит Юпитера и Сатурна составляет 5.6° за млрд. лет.

Если в качестве основной плоскости выбрать плоскость Лапласа, то эволюция узлов будет иметь наиболее простой характер. На плоскости Лапласа разность долгот одноименных узлов орбит Юпитера и Сатурна в точности равна 180° (Шарлье, 1966). Данное свойство использовалось для контроля результатов вычисления. При изменении наклона основной плоскости к плоскости эклиптики происходит изменение режима эволюции долгот восходящих узлов орбит Юпитера и Сатурна: от либрационного к ротационному.

В разделе 4.3 приведены оценки точности численного интегрирования уравнений движения в средних элементах. На всем рассматриваемом интервале времени модуль относительной ошибки интеграла δE не превосходит $5.2 \cdot 10^{-13}$ при интегрировании уравнений движения второго и $8.75 \cdot 10^{-13}$ при интегрировании уравнений второго улучшенного приближений. В обоих

случаях среднее значение относительной разности δE остается постоянным на всем интервале интегрирования.

При численном интегрировании осредненных уравнений движения интеграл энергии сохраняется с существенно более высокой точностью, чем интеграл площадей. Компоненты интеграла площадей σ_x и σ_y сохраняются с гораздо меньшей точностью, чем z -компонента. Для второго приближения модуль относительной ошибки $\delta\sigma_z$ не превосходит $3.5 \cdot 10^{-10}$, а ее среднее значение остается постоянным. В решении для второго улучшенного приближения модуль $\delta\sigma_z$ достигает $7.7 \cdot 10^{-10}$, а среднее значение относительной разности возрастает со скоростью $3.75 \cdot 10^{-11}$ (млрд. лет) $^{-1}$. Для второго приближения максимальные по модулю отклонения значений σ_x/σ_{z0} и σ_y/σ_{z0} от нуля достигают $8.8 \cdot 10^{-7}$ и $5.6 \cdot 10^{-7}$ соответственно. Здесь σ_{z0} — значение z -компоненты интеграла площадей в начальный момент. В решении для второго улучшенного приближения максимальные по модулю отклонения значений σ_x/σ_{z0} и σ_y/σ_{z0} достигают $7.3 \cdot 10^{-7}$ и $7.4 \cdot 10^{-7}$ соответственно.

Порядок максимальных значений относительных разностей для интегралов движения составляет: 10^{-13} — для интеграла энергии, 10^{-10} — для z -компоненты интеграла площадей, 10^{-7} для компонент σ_x , σ_y интеграла площадей.

Компоненты интеграла площадей σ_x и σ_y сохраняются с гораздо меньшей точностью, чем z -компонента и интеграл энергии. Как доказано (Шарлье, 1966), (Холшевников, 1991), интеграл площадей сохраняется в системе, определяемой гамильтонианом H .

Как показано в настоящей работе, компоненты σ_x и σ_y (в отличие от σ_z и интеграла энергии E) *не сохраняются в системе, определяемой конечным отрезком разложения в ряд Пуассона осредненного гамильтониана H* .

В разделе 4.4 приведены оценки короткопериодических возмущений, исключенных в результате проведения осредняющих преобразований. Анализ функций замены переменных позволяет получить оценки этих возмущений. Получено, что короткопериодические возмущения сохраняются малыми на всем рассмотренном интервале времени.

В разделе 4.5 выполнено сравнение полученных в настоящей работе численно-аналитическим методом результатов с данными численного интегрирования. Использовалась программа численного интегрирования уравнений движения задачи N тел Mercury 6.2 (Chambers, 1999). Описания орбитальной эволюции системы Солнце — Юпитер — Сатурн, полученные с помощью численно-аналитической теории и численной модели Mercury 6.2, качественно и, в целом, количественно согласуются между собой. Это подтверждает верность проведенных аналитических преобразований с использованием спе-

циализированных систем компьютерной алгебры PSP и EPSP, а также правомерность использования полученных разложений с числовыми параметрами при исследовании эволюции системы Солнце — Юпитер — Сатурн.

В разделе 4.6 выполнено сравнение результатов, полученных при использовании рядов с числовыми и символьными параметрами, реализующих второе приближение. По результатам сравнения сделан вывод о возможности использования разложений с символьными параметрами при исследовании орбитальной эволюции слабозмущенных двупланетных систем на космогонических интервалах времени.

Пятая глава «*Орбитальная эволюция слабозмущенных двупланетных систем*» содержит описание метода исследования устойчивости двупланетных систем на основе интегрирования осредненных уравнений движения с последующим возвратом к оскулирующим элементам.

В разделе 5.1 уточняется используемое в настоящей работе понятие *устойчивость*. Под устойчивым понимается такое поведение системы, при котором оскулирующие эллипсы на космогонических временах остаются в границах, препятствующих тесным сближениям. Точнее,

$$c_1 < a_1(1 - e_1), \quad a_1(1 + e_1) < a_2(1 - e_2) - c_2, \quad a_2(1 + e_2) < c_3. \quad (17)$$

Постоянные c_1 , c_2 , c_3 определяют размах допустимых колебаний. Причем афелийное расстояние первой от своего солнца планеты остается меньшим перигелийного расстояния второй планеты с некоторым запасом, определяемым радиусом сферы действия более массивной планеты. Это определение выделяет один из видов устойчивости по Лагранжу.

В разделе 5.1.1 при исследовании устойчивости по Лагранжу двупланетной системы Солнце — Юпитер — Сатурн методом осреднения показано, что при увеличении масс Юпитера и Сатурна в $\chi = 19$ раз возможны тесные сближения этих планет до расстояния, меньшего сферы действия Юпитера относительно Солнца. Такие сближения должны приводить к существенным изменениям элементов орбит планет, а возможно, и к распаду системы.

Интересно, что исследование только осредненной системы уравнений в задаче Солнце — Юпитер — Сатурн приводит к критическому значению параметра $\chi = 99$. Численное интегрирование дает $\chi = 29$. Исследование оскулирующих элементов, полученных по формулам замены переменных после интегрирования осредненной системы, дает $\chi = 19$. Первое значение сильно завышено, поскольку игнорирует колебания оскулирующих элементов вокруг средних с возрастающей вместе с χ амплитудой. Скорее всего, ближе к истине третье значение. Причина различия двух последних значений χ кроется, по-видимому, в малости интервала численного интегрирования (Nacozy, 1976), на котором всковые возмущения не успевают накопиться.

В разделе 5.1.2 при исследовании орбитальной эволюции внесолнечной планетной системы 47 UMa показано, что система сохраняет устойчивость при увеличении масс планет в 38 раз. Максимальное значение коэффициента χ , при котором диапазоны изменения эксцентриситетов орбит не противостоят наблюдениям, не превышает 10, что дает нижнюю оценку значения угла наклона плоскости орбиты к картинной плоскости $i = 5.7^\circ$ и верхние оценки масс планет $m_1 = 26.3$, $m_2 = 7.9$ масс Юпитера. Полученные в ходе исследования оценки масс планет и угла наклона плоскости орбиты к картинной плоскости согласуются с результатами других авторов.

В разделе 5.2 выполнено исследование резонансных свойств шести внесолнечных двухпланетных систем, в которых внешняя планета менее массивна, чем внутренняя. Введены понятия узкой и широкой резонансных зон. Ширина резонансной зоны зависит от амплитуды возмущений. В методе осреднения информация о короткопериодических возмущениях содержит функция замены переменных, описывающая связь между средними и оскулирующими элементами. Ширина резонансной зоны оценивается на основе вычисления мажоранты функции замены переменных. Если малый параметр действительно мал, то зоны разных резонансов не перекрываются. Вне зоны резонанса движение условно периодически, по крайней мере в первом приближении по μ . При определении узкой зоны учитываются только резонансные гармоники. При определении широкой зоны учитывается дополнительно влияние перезонансных короткопериодических слагаемых.

Показано, что значения больших полуосей орбит планет в системах HD 82943 и HD 73526 лежат в зоне узкого резонанса. В системах 47 UMa, μ Ara, HD 108874 и Солнце — Юпитер — Сатурн — в области широкого резонанса. В системе HD 12661 резонансов низкого порядка не обнаружено. Сделан вывод, что предложенный метод может использоваться для изучения особенностей динамической эволюции внесолнечных планетных систем на космогонических интервалах времени.

Заключение содержит обсуждение результатов, выносимых на защиту. Сформулированы нерешенные задачи и направления исследований, интересные по мнению автора.

Работа по теме диссертации проходила при финансовой поддержке грантов Российского фонда фундаментальных исследований, Программы поддержки ведущих научных школ, Аналитической ведомственной целевой программы Федерального агентства по образованию Министерства образования и науки Российской Федерации «Развитие научного потенциала высшей школы».

Автор благодарен научному консультанту профессору К.В.Холшевникову, под руководством которого работал со студенческих лет; коллегам по ка-

факультете астрономии и геодезии и Астрономической обсерватории Уральского государственного университета, а также коллегам по кафедре небесной механики и Научно-исследовательскому астрономическому институту Санкт-Петербургского государственного университета, с которыми ему посчастливилось сотрудничать.

Список литературы

- Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А.* Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. В кн. *Боголюбов Н.Н.* Собрание научных трудов. Т. 3. М.: Математика и нелинейная механика, 2005. 605 с.
- Вашковьяк М.А.* Количественные характеристики эволюции орбит в ограниченной круговой двукратноосредненной задаче трех тел // Препринт Ин-та прикл. математики АН СССР. №157. М., 1979. 30 с.
- Вашковьяк М.А.* Эволюция орбит в ограниченной круговой двукратноосредненной задаче трех тел. 1. Качественное исследование // Космические исследования. 1981а. Т. 19, вып. 1. С. 5–18.
- Вашковьяк М.А.* Эволюция орбит в ограниченной круговой двукратноосредненной задаче трех тел. 2. Количественные характеристики // Космические исследования. 1981б. Т. 19, вып. 2. С. 165–177.
- Герасимов И.А., Чазов В.В., Рыжлова Л.В., Тагаева Д.А.* Построение теории движения тел Солнечной системы, основанной на универсальном методе вычисления возмущающей функции // Астрон. вестн. 2000. Т. 34, №6. С. 559–566.
- Давыдов В.Л., Молчанов А.М.* Численные эксперименты в задаче об эволюции двухпланетной системы // Препринт Ин-та прикл. математики АН СССР. №16. М., 1971. 30 с.
- Данилов В.М.* Анализ флуктуаций плотности в моделях рассеянных звездных скоплений // Астрон. журн. 2008. Т. 85. №11. С. 986–998.
- Иванова Т.В.* Пуассоновский процессор PSP: Препринт ИТА РАН №64. СПб., 1997. 46 с.
- Питъева Е.В.* Национальные высокоточные эфемериды планет и Луны — ЕРМ // Труды ИПА РАН. Вып. 17. СПб: ИПА РАН, 2007. С. 42–59.
- Смарт У.М.* Небесная механика. М.: Мир, 1965. 504 с.

- Сухотин А.А.* Алгоритм метода Гаусса–Альфана–Горячева в лагранжевых переменных и его машинная реализация // Астрон. и геодезия. №9. Томск: Изд-во Томского ун-та, 1981. С. 67–73.
- Сухотин А.А.* Эволюция элементов орбит внешних планет на интервале времени 800 тысяч лет // Астрон. и геодезия. №12. Томск: Изд-во Томского ун-та, 1984. С. 80–91.
- Сухотин А.А., Холшевников К.В.* Эволюция планетных орбит за 200 тысяч лет, рассчитанная методом Альфана–Горячева // Астрон. и геодезия. № 14. Томск: Изд-во Томского ун-та, 1986. С. 5–21.
- Холшевников К.В.* Сохранение формы интеграла площадей при осредняющих преобразованиях // Астрон. журн. 1991. Т. 68. С. 660–663.
- Шарлье К.* Небесная механика. М.: Наука, 1966. 628 с.
- Applegate J.H., Douglas M.R., Gürsel Y., et al.* The outer Solar System for 200 million years // Astron. Journ. 1986. V. 92. P. 176–194.
- Batygin K., Laughlin G.* On the Dynamical Stability of the Solar System // Astrophys. Journ. 2008. V. 683. P. 1207–1216.
- Chambers J.E.* A hybrid symplectic integrator that permits close encounters between massive bodies // Mon. Not. R. Astron. Soc. 1999. Vol. 304. P. 793–799.
- Everhart E.* Implicit single methods for integrating orbits // Celest. Mech., 1974. V. 10. P. 35–55.
- Fienga A., Manche H., Laskar J., Gastineau M.* INPOP06. A new numerical planetary ephemerides // Astron. Astrophys. 2008. V. 477. P. 315–327.
- Folkner W. M., Williams J. G., Boggs D. H.* JPL planetary and lunar ephemeris, DE421. Interoffice Memorandum. 343R-08-003. JPL. 2008.
- Gladman B.* Dynamics of systems of two close planets // Icarus. 1993. V. 106. P. 247–263.
- Guzzo M.* The web of three-planet resonances in the outer Solar System // Icarus. 2005. V. 174. P. 273–284.
- Guzzo M.* The web of three-planet resonances in the outer Solar System. II. A source of orbital instability for Uranus and Neptune // Icarus. 2006. V. 181. P. 475–485.

- Hayes W.B.* Is the outer Solar System chaotic? // *Nature Physics*. 2007. V. 3. P. 689–691.
- Hayes W.B.* Surfing on the edge: chaos versus near-integrability in the system of Jovian planets // *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 2008. V. 386. P. 295–306.
- Hayes W.B., Danforth C.M.* Solar System: Surfing the Edge of Chaos Part II // American Astronomical Society. DDA meeting. 2008. V. 39. P. 8.04.
- Ivanova T.* A new echeloned Poisson series processor (EPSP) // *Celest. Mech. and Dyn. Astron.* 2001. V. 80. P. 167–176.
- Henrard J., Libert A.-S.* The secular planetary three body problem revisited // *Proceedings of the IAU Coll. №197. Dynamics of Populations of Planetary Systems* / Eds. Knežević Z., Milani A. Cambridge: Cambridge University Press, 2005. P. 49–54.
- Ito T., Tanikawa K.* Long-term integrations and stability of planetary orbits in our Solar System // *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 2002. V. 336 P. 483–500.
- Laskar J.* Large scale chaos in the Solar System // *Astron. Astrophys.* 1994. V. 287. P. L9–L12.
- Laskar J.* Chaotic diffusion in the Solar System // *Icarus*. 2008. V. 196. Issue 1. P. 1–15.
- Libert A.-S., Henrard J.* Analytical approach to the secular behaviour of exoplanetary systems // *Celest. Mech. and Dyn. Astron.* 2005. V. 93. P. 187–200.
- Libert A.-S., Henrard J.* Exoplanetary systems: The role of an equilibrium at high mutual inclination in shaping the global behavior of the 3-D secular planetary three-body problem // *Icarus*. 2007. V. 191. P. 469–485.
- Locatelli U., Giorgilli A.* Invariant tori in the secular motions of the three-body planetary systems // *Celest. Mech. and Dyn. Astron.* 2000. V. 78. P. 47–74.
- Marchal C.* The general solution of the planar Laplace problem // *Celest. Mech. and Dyn. Astron.* 2005. V. 92. P. 123–134.
- Marcy G.W., Butler R.P., Fisher D., et al.* Masses and orbital characteristics of extrasolar planets using stellar masses derived from Hipparcos, metallicity, and stellar evolution. <http://exoplanets.org>. 2009.
- Masaki Y., Kinoshita H.* Orbital theory of an eccentric extrasolar planet disturbed by a massive inner planet // *Proceedings the 8th IAU Asian-Pacific Regional Meeting*. V. II. Astron. Soc. Jap. 2002. P. 51–52.

- Michtchenko T. A., Beaugé C., Ferraz-Mello S.* Stationary orbits in resonant extrasolar planetary systems // *Celest. Mech. and Dyn. Astron.* 2006. V. 94. P. 411–432.
- Moisson X.* Solar system planetary motion to third order of masses // *Astron. Astrophys.* 1999. V. 341. P. 318–327.
- Moisson X., Bretagnon P.* Analytical planetary solution VSOP2000 // *Celest. Mech. and Dyn. Astron.* 2000. V. 80. P. 205–213.
- Murray N., Holman M.* The origin of chaos in the outer Solar System // *Science.* 1999. V. 283. P. 1877–1881.
- Nacozy P.E.* On the stability of the Solar System // *Astron. Journ.* 1976. V. 81. P. 787–791.
- Nobili A.M., Milani A., Carpinio M.* Fundamental frequencies and small divisors in the orbits of the outer planets // *Astron. Astrophys.* 1989. V. 210. P. 313–336.
- Pitjeva E.V.* Ephemerides EPM2008: the updated model, constants, data // *Journées-2008. Systems de reference spatio-temporels and X. Lohrman-Kolloquium: Astrometry, Geodynamics and Astronomical Reference Systems.* Dresden, Germany. Dresden, 2009. (В печати).
- Quinn T.R., Tremaine S., Duncan M.* A three million year integration of the Earth's orbit // *Astron. Journ.* 1991. V. 101. P. 2287–2305.
- Robutel P.* An application of KAM theory to the planetary three body problem // *Celest. Mech. and Dyn. Astron.* 1993a. V. 56. P. 197–199.
- Robutel P.* The stability of the planetary three-body problem: influence of the secular resonances // *Celest. Mech. and Dyn. Astron.* 1993b. V. 57. P. 97–98.
- Robutel P.* Stability of the planetary three-body problem. II. KAM theory and existence of quasiperiodic motions // *Celest. Mech. and Dyn. Astron.* 1995. V. 62. P. 219–261.
- Schneider J.* The extrasolar planets encyclopaedia. <http://exoplanet.eu>. 2009.
- Simon J.L., Francon G.* Théorie au troisième ordre des masses des quatre grosses planètes // *Astron. Astrophys.* 1981. V. 103. P. 223–243.
- Simon J.L., Bretagnon P.* Théorie du mouvement de Jupiter et Saturne sur un intervalle de temps de 6000 ans. Solution JASON84 // *Astron. Astrophys.* 1984. V. 138. P. 169–178.

- Simon J.L., Bretagnon P., Chapront J. et al.* Numerical expressions for precession formulae and mean elements for the Moon and the planets // *Astron. Astrophys.* 1994. V. 282. P. 663–683.
- Standish E.M.* JPL planetary ephemeris, DE414. Interoffice Memorandum. 343R-06-002. JPL. 2006. 8 p.
- Tokovinin A.A.* MSC — a catalogue of physical multiple stars // *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.* 1997. V. 124. P. 75–84.
- Varadi F., Ghil M., Kaula W.M.* Jupiter, Saturn, and edge of chaos // *Icarus.* 1999. V. 139. P. 286–294.

Подписано к печати 06.05.09. Формат 60 × 84 ¹/₁₆.
Бумага офсетная. Гарнитура Times. Печать цифровая. Печ. л. 2,0
Тираж 100 экз. Заказ 4455.

Отпечатано в Отделе оперативной полиграфии химического факультета СПбГУ
198504, Санкт-Петербург, Старый Петергоф, Университетский пр., 26
Тел.: (812) 428-4043, 428-6919

